

CEVAP ANAHTARI

1) $y = f(x)$ eğrisinin y eksenini etrafında döndürülmesiyle oluşan dönel yüzeyin denkleminin $y = f(\sqrt{x^2 + z^2})$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm:

$y = f(x)$ eğrisini $c(t) = (t, f(t), 0)$ olarak alabiliriz. y eksenini, $(0, 0, 0)$ noktasından geçen ve doğrultmanı $(0, 1, 0)$ olan doğrudur.

y eksenine dik olan düzlem $y + \lambda' = 0$ dir. $(0, 0, 0)$ merkezli küre $x^2 + y^2 + z^2 = \lambda$ şeklindedir.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = \lambda \\ y + \lambda' = 0 \\ x = t, y = f(t), z = 0 \end{cases}$$

sistemini çözelim.

$$\begin{cases} t^2 + f(t)^2 = \lambda \\ f(t) + \lambda' = 0 \end{cases}$$

$$f(t) = -\lambda' \Rightarrow t = f^{-1}(-\lambda')$$

$$t^2 + f(t)^2 = \lambda \text{ dan } f^{-1}(-\lambda')^2 + \lambda'^2 = \lambda$$

λ ve λ' nün değerleri yerine yazılırsa,

$$f^{-1}(\lambda)^2 + \lambda^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\lambda)^2 = x^2 + z^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(\lambda) = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$\Rightarrow y = f(\sqrt{x^2 + z^2}) \text{ bulunur.}$$